**Методика обучения решению задач на оптимизацию.**

Авторы: Зайцева Людмила Александровна;

Ремезова Мария Евгеньевна

МБОУ СОШ №125 с углубленным изучением математики, г. Снежинск Челябинская область

Задача по теме «Экономическая математика» впервые встретилась на ЕГЭ в 2015 году (тогда она шла под № 19, вариант ЕГЭ содержал 21 задание). Кто из учителей работал в выпускных классах в тот год, может вспомнить эмоции, которые вызвало это задание: недоумение, удивление, возмущение, растерянность. Показательным является результат такого нововведения: полностью (на 3 балла) справились с заданием 6,5% выпускников, частично (1-2 балла) – 5,5%. В 2016-2017 учебном году структура варианта профильного экзамена по математике изменилась: первая часть стала меньше на 2 задания, экономическая задача прочно заняла своё место – «Легенда № 17». В демоверсии текст задания повторяет предыдущий год, результаты на ЕГЭ таковы: полностью (на 3 балла) справились с заданием 7,8% выпускников, частично (1-2 балла) – 5,1%. Справившись с первым потрясением, учителя и ученики принялись осваивать новый тип экзаменационной задачи. В 2016-17 учебном году 15% выпускников справились с № 17. Казалось бы, вот-вот - и задача из нестандартной, необычной превратится в заурядную, хотя и требующую громоздких вычислений задачу. Но тут как гром среди ясного неба наряду с вкладами/кредитами вдруг появился «Владелец двух заводов и странные рабочие, которые работают t2 часов».

Процитируем «МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2018 года по МАТЕМАТИКЕ», Москва, 2018, И.В. Ященко, Л.О. Рослова, И.Р. Высоцкий, А.В. Семенов.

«Отметим также негативную тенденцию: произошло снижение процента участников, набравших полный балл за задание 17 (экономическая задача). На данный результат могло повлиять натаскивание, так как эта задача не поддерживается самостоятельной линией в программе курса и отрабатывается лишь при подготовке к экзамену» (стр.12).

На ЕГЭ в 2018 году средний процент выполнения составил 2,2%.

Авторы методических рекомендаций указали на одну из основных причин неудачи – «задача не поддерживается … в программе курса». На наш взгляд, есть и другая. В демонстрационных вариантах всех лет предлагается задача одного прототипа: Вклады/кредиты. Пришлось рядовым учителям всерьёз взяться за дело:

1. Проанализировать все банки и сайты, предлагающие материалы для подготовки к ЕГЭ (конкретно № 17).
2. Провести полную классификацию задач.
3. Разработать методику обучения учащихся решению задач данного типа.

**1. Анализ предлагаемых материалов для подготовки к № 17 профильного экзамена ЕГЭ.**

На образовательном портале Гущина для подготовки к экзамену по математике профильного уровня в задании № 17 Финансовая математика заявлено всего два блока: Задачи на оптимальный выбор (56 шт.) и Банки, вклады и кредиты (125 шт.). Таким образом, задачи на оптимальный выбор составляют около 30% от общего числа предлагаемых заданий.

На сайте math100.ru «Математика100 баллов» 44 из 147 (30%) задач на оптимальный выбор.

На сайте «Математический портал. Школьная математика, помощь в подготовке к ОГЭ и ЕГЭ» в разделе «Реальные задачи прошлых лет» 6 из 20 (30%) задач не вклады/кредиты.

Мы сделали вывод: задачи по Финансовой математике на вклады/кредиты появились в экзаменационных работах раньше, их количество в банках больше, они более стандартизированы и на данный момент более отработаны, поэтому этот тип задач мы рассматривать не будем. Подтверждением этого является показатель 2019 года: 15,4% выполнивших успешно № 17. Данная статья посвящена задачам на оптимальный выбор.

**2. Классификация задач оптимального выбора.**

Несмотря на то, что задач в этом разделе существенно меньше, по своему содержанию они гораздо разнообразнее. Их в свою очередь можно еще дополнительно классифицировать. Для учителя математики привычной была бы классификация такая: задачи, сводящиеся к анализу функции двух переменных; задачи, сводящиеся к анализу квадратичной функции; задачи, решаемые без использования свойств функций ( или без исследования функций).

Но наша цель научить как можно большее количество детей решать правильно и осознанно экономическую задачу. Поэтому на первом занятии по решению легендарной задачи мы предложили детям тексты более 50 задач. Им было нужно, не решая их, да собственно и особо не вникая в содержание, распределить задачи на группы и придумать название каждой. Получили следующие результаты:

1. Владелец двух заводов и т.п.
2. Максимальная прибыль.
3. Пенсионный фонд и ценные бумаги.
4. Задачи, похожие на классические текстовые.
5. Мальчики/девочки.
6. Жизнь на ферме.

На интуитивном уровне учащиеся вполне справились с поставленной задачей. В дальнейшем лишь незначительное количество задач было перемещено в другую группу.

Методический приём самостоятельной классификации задач помогает осознанности усвоения материала в дальнейшем. На рассмотрение всех типов задач у нас уходит несколько занятий. Тем самым дети приобретают навык решения нового типа задач, не входящего в школьную программу.

**1. Владелец двух заводов, газет и пароходов…**

Рассмотрим пример наиболее типичной задачи этой группы.

**Задача № 1.** *Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t2 часов в неделю, то за эту неделю они производят 2t единиц товара. Если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t2 часов в неделю, то за эту неделю они производят 5t единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов), Владимир платит рабочему 500 рублей. Владимиру нужно каждую неделю производить 580 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?*

Первая сложность, с которой сталкиваются ученики при чтении условия, - это понять, что действующих объектов в задаче два. Необходимо описать процесс для каждого из них отдельно, а упоминаемая в задаче переменная *t* – одна. И тут не обойтись без подсказки учителя, что для разных объектов необходимо взять два разных аргумента. Модель удобнее всего оформлять в виде таблицы.

1 вариант: объекты в столбцах.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 завод | 2 завод |
| Загрузка (ч) |  |  |
| Выработка (шт) |  |  |
| Издержки (руб) |  |  |

2 вариант: объекты в строках.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Загрузка (ч) | Выработка (шт) | Издержки (руб) |
| 1 завод |  |  |  |
| 2 завод |  |  |  |

Выбор варианта заполнения таблицы - индивидуальное дело учителя или ученика.

Заполненная таблица выглядит следующим образом:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 завод | 2 завод |
| Загрузка (ч) | x2 | y2 |
| Выработка (шт) | 2x | 5y |
| Издержки (руб) | 500x2 | 500y2 |

Заканчивая процесс моделирования, записываем уравнение, которое следует из условия задачи: 2х + 5у = 580 и составляем функцию суммы на еженедельную оплату труда: f(x, y) = 500x2 + 500y2, для которой надо найти наименьшее значение.

После усвоения подсказки о двух переменных многие ученики смогли правильно составить модель задачи, что позволило получить 1 балл на ЕГЭ.

Вторая сложность: в школьной программе не исследуются функции двух переменных. И опять же подсказка. Первое уравнение позволяет выразить одну переменную через другую и свести функцию f(x, y) к виду f(x) или f(y).

2х = 580 – 5у; х = 290 – 2,5у.

f(y) = 500((290 – 2,5у)2 + у2); f(y) = 500(7,25у2 – 5**.**290у + 2902).

Очевидно, полученная функция является квадратичной, наименьшее значение достигается в вершине параболы: ув. = 100, тогда f(100) = 5.800.000.

Ответ: 5800000.

**Задача № 2.** *В распоряжении начальника имеется бригада рабочих в составе 24 человек. Их нужно распределить на день на два объекта. Если на первом объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет 4 t2 у.е. Если на втором объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет t2 у.е. Как нужно распределить на эти объекты бригаду рабочих, чтобы выплаты на их суточную зарплату оказались наименьшими? Сколько у.е. в этом случае придётся заплатить рабочим?*

1 этап. Составление модели.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Количество рабочих | Зарплата в рублях |
| 1 объект | х | 4x2 |
| 2 объект | у | y2 |

Записываем уравнение, которое следует из условия задачи: х + у = 24 и составляем функцию суммы суточной зарплаты: f(x, y) = 4x2 + y2, для которой надо найти наименьшее значение.

2 этап. Работа с моделью. Поступаем аналогичным образом: х = 24 – у. Тогда

f(y) = 5y2  – 192у + 2304. И снова полученная функция является квадратичной, наименьшее значение достигается в вершине параболы. Да вот незадача: ув. = 19,2 не является целым числом, что не подходит по смыслу задачи.

Третья сложность. Без подсказки учителя большинство учащихся догадались, что нужно найти точку ближайшую к вершине с натуральной абсциссой.

f(19) = 461, f(20) = 464.

Ответ: 461.

Довольный ученик смахнул пот со лба и приступил к следующей задаче. Он был немало удивлён и огорчен получив неполный балл. Как так?!

В задаче утаилась четвертая сложность. Сколько раз уже твердили миру все учителя: «Прежде, чем писать ответ, прочитай условие задачи». Вопросов-то ДВА!

Правильный ответ: на первый объект направить 5 рабочих, на второй объект – 19; наименьшие затраты 461 у.е.

**Задача № 3.** *Первичная информация разделяется по серверам №1 и №2 и обрабатывается на них. С сервера №1 при объёме t2 Гбайт входящей в него информации выходит 20t Гбайт, а с сервера №2 при объёме t2 Гбайт входящей в него информации выходит 21t Гбайт обработанной информации; 25 < t < 55. Каков наибольший общий объём выходящей информации при общем объёме входящей информации в 3364 Гбайт?*

1. этап. Составление модели.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 сервер | 2 сервер |
| входит | x2 | y2 |
| выходит | 20х | 21у |

Записываем уравнение, которое следует из условия задачи: х2 + у2 = 3364 и составляем функцию общего объёма выходящей информации: f(x, y) = 20x+ 21y, для которой надо найти наибольшее значение. При этом нельзя забывать про дополнительное условие

*25 < t < 55,* из которого следует *25 < х < 55; 25 < у < 55.*

2 этап. Работа с моделью.

Поступаем аналогичным образом: у = . Тогда

f(х) = .

Очередная сложность: исследовать эту функцию нужно через производную. Преодолеть эту сложность нам помогает качественная подготовка к № 12 ЕГЭ.

.  при х = 40, что удовлетворяет условию *25 < х < 55.*

на промежутке (25; 40); на промежутке (40; 55), значит х = 40 – точка максимума.

f(40) = 1682.

Ответ: 1682.

Легко убедиться, что все задачи этой группы решаются аналогичным образом. Предлагаем ученикам самостоятельно составить алгоритм.

1 этап. Составление модели. Заполнить таблицу, составить уравнение и функцию двух переменных.

2 этап. Работа с моделью. В уравнении выразить одну переменную через другую, подставить в функцию. Исследовать функцию одной переменной с помощью производной или с помощью свойств функции.

3 этап. Ответ на вопрос задачи. Внимательно прочитать условие, ответить на поставленный вопрос/вопросы.

Обратить внимание на то, что в качестве действующих объектов в задаче могут выступать люди (группы людей), организации, сервера и т.п.

1. **Максимальная прибыль.**

**Задача 1.** *Зависимость**объема* ***Q*** *(в шт) купленного у фирмы товара от цены* ***Р*** *(в рублях) выражается формулой* ***Q=15000-Р, 1000≤Р≤15000.*** *Доход от продажи товара составляет* ***QР*** *рублей. Затраты на производство* ***Q*** *единиц товара составляют 3000**Q+5000000 рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство. Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену продукции на 20%, однако ее прибыль не изменилась. На сколько процентов следует изменить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли.*

Сложность, с которой сталкиваются ученики при чтении условия, - это разобраться в тонкостях экономических терминов: доход и прибыль. В повседневной жизни не все различают эти понятия. ПРИБЫЛЬ = ДОХОД – ЗАТРАТЫ(расход).

Вторая сложность: систематизировать имеющиеся данные, понять, что задача сводится к предыдущему типу.

*Q=15000-Р* – объём производимой продукции (дано уравнение с двумя переменными);

*1000≤Р≤15000* – цена товара (отрезок, на котором нужно будет исследовать функцию);

*QР (руб.)* – доход;

*3000 Q+5000000 (руб.)* – затраты.

Составляем функцию прибыли: f(*Q, Р*) = *QР – (3000 Q+5000000)*, для которой надо найти наибольшее значение.

Таким образом, модель задачи составлена без использования таблицы, далее применяем известный алгоритм.

f(*Р*) =(*15000–Р)Р – (3000(15000–Р)* *+5000000)*,

f(*Р*) =*15000Р–Р2 – (45000000–3000Р* *+5000000)*

f(*Р*) = *–Р2 +18000Р* *–50000.000.*

Третья сложность. В этом месте решения очень хочется написать стандартную фразу: квадратичная функция, график парабола, ветви направлены вниз, наибольшее значение функции – в вершине параболы…». Но куда деть условие: *«…фирма уменьшила цену продукции на 20%, однако ее прибыль не изменилась».* Запишем это условие на математическом языке: Р0 – начальная цена, 0,8Р0 – цена после понижения, f(**Р0**) = f(0,8**Р0**).

По свойству квадратичной функции очевидно, что Р0 и 0,8Р0 – точки, симметричные относительно вершины параболы. Следовательно, вершина - это среднее арифметическое этих точек: 0,9Р0.

Получили простейшую задачу на проценты:

0,8Р0 – 100%

0,9Р0 – х %, откуда х = 112,5%.

Ответ на вопрос задачи требует еще одно действие: 112,5 – 100 = 12,5.

Ответ: 12,5.

1. **Пенсионный фонд и ценные бумаги.**

**Задача 1.** *В начале 2001 года Алексей приобрёл ценную бумагу за 19000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 3000 руб. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить полученные деньги на банковский счет. Каждый год сумма на счете будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через 15 лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счете была наибольшей?*

Странная сложность этой задачи заключается в том, что наиболее простой способ решения состоит в обычном переборе.

Чтобы узнать, в начале какого года нужно продать ценную бумагу и положить деньги в банк, необходимо найти, в какой год прибавка к счету станет больше 3000 рублей.

1-й год (2001 год) 19000 **.** 0,1 = 1900 < 3000 руб.

2-й год руб. 22000 **.** 0,1 = 2200 < 3000 руб.

3-й год руб. 25000 **.** 0,1 = 2500 < 3000 руб.

4-й год руб. 28000 **.** 0,1 = 2800 < 3000 руб.

5-й год руб. 31000 **.** 0,1 = 3100 > 3000 руб.

Значит, нужно продать ценную бумагу в начале 2005 года.

Ответ: 2005.

**Задача 2.** *Пенсионный фонд владеет акциями, цена которых к концу года t становится равной t2* *тысяч рублей (т.е. к концу первого года они стоят 1 тыс. руб., к концу второго года – 4 тыс. руб. и т.д.), в течение 20 лет. В конце любого года можно продать акции по их рыночной цене на конец года и положить вырученные деньги в банк под 25% годовых. В конце какого года нужно продать акции, чтобы прибыль была максимальной?*

Попробуем решить эту задачу также перебором.

Если акции продали по ценеt2 тысяч рублей и положили в банк, то через год сумма на счете составит 1,25t2, что должно превышать стоимость акций через год, если бы их не продавали.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Конец года (t) | Цена акций (t2) | Сумма на банковском счете через год (1,25t2) |
| 1 | 1 | 1,25 < 4 |
| 2 | 4 | 4 . 1,25 = 5 < 9 |
| 3 | 9 | 9 . 1,25 = 11,25 < 16 |
| 4 | 16 | 16 . 1,25 = 20 < 25 |
| 5 | 25 | 25 . 1,25 = 31,25 < 36 |
| 6 | 36 | 36 . 1,25 = 45 < 49 |
| 7 | 49 | 49 . 1,25 = 61,25 < 64 |
| 8 | 64 | 64 . 1,25 = 80 < 81 |
| 9 | 81 | 81 . 1,25 = 101,25 > 100 |
| 10 | 100 |  |

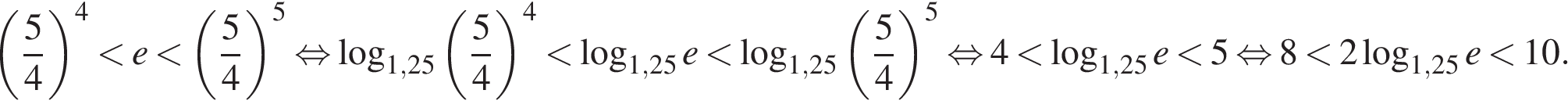
Значит, продавать акции необходимо в конце девятого года.

Ответ: в конце девятого года.

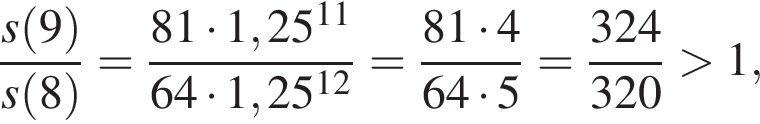
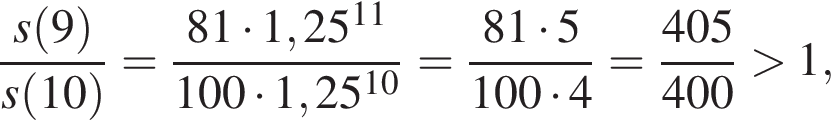
В задаче № 2 перебор существенно длиннее. Поэтому имеет смысл рассмотреть решение, составив и исследовав функцию.

Пусть акции проданы в конце года t за t2 тыс. руб., и полученная сумма положена в банк на оставшиеся (20 − t) лет под 25% годовых. Тогда цена акций на конец срока составит s(t) = t2 **.** 1,2520 - t тыс. руб. Найдём наибольшее значение полученной функции на множестве натуральных t, не превосходящих 20. Имеем:

.

Найденная производная обращается в нуль в точке  и меняет в ней знак с плюса на минус. Следовательно, это точка максимума. Заметим, что 

Из полученной оценки следует, что точка максимума лежит на интервале (8; 10). Сравним значения функции в точках 8, 9 и 10. Поскольку

 .

Наибольшее значение функции на множестве натуральных аргументов достигается в точке 9. Продавать акции необходимо в конце девятого года.

Ответ: в конце девятого года.

Рассмотрев оба способа решение, наши ученики пришли к выводу, что лучше перебрать 20 лет, чем один раз исследовать функцию.

1. **Задачи, похожие на классические текстовые.**

Условия этих задач наиболее похожи на задачи № 11 ЕГЭ и № 22 ОГЭ, поэтому составление моделей не вызывает затруднения у большинства учащихся.

**Задача 1.** *В бассейн проведены три трубы. Первая труба наливает 30 м3 воды в час. Вторая труба наливает в час на 3V м3 меньше, чем первая (0 < V < 10), а третья труба наливает в час на 10V м3 больше первой. Сначала первая и вторая трубы, работая вместе, наливают 30% бассейна, а затем все три трубы, работая вместе, наливают оставшиеся 0,7 бассейна. При каком значении V бассейн быстрее всего наполнится указанным способом?*

1 этап. Составление модели.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Труба | Производительность (м3/ч) | Время (ч) | Работа (часть бассейна) |
| I | 30 |  |  |
| II | 30 – 3V |  |  |
| III | 30 + 10V |  |  |
| I + II | 60 – 3V | 0,3/(60 – 3V) | 0,3 |
| I + II + III | 90 + 7V | 0,3/(60 – 3V) | 0,7 |

Составляем функцию времени: t(V) = 0,3/(60 – 3V) + 0,3/(60 – 3V), для которой надо найти значение V, при котором t(V) наименьшее.

2 этап. Работа с моделью.

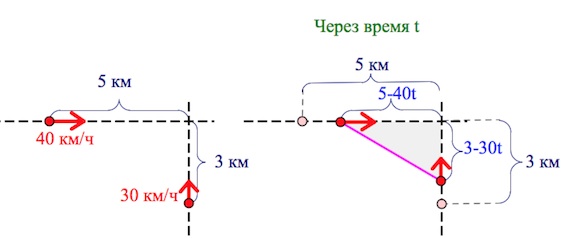
. Данная функция принимает наименьшее значение при наибольшем значении знаменателя. Так как в знаменателе квадратичная функция, графиком которой является парабола с ветвями направленными вниз, то находим вершину параболы: V0 = - 50/ (-14) = 25/7.

Ответ 25/7.

**Задача 2.** *Два велосипедиста равномерно движутся по взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку этих дорог. Один из них движется со скоростью 40 км/ч и находится на расстоянии 5 км от перекрестка, второй движется со скоростью 30 км/ч и находится на расстоянии 3 км от перекрестка. Через сколько минут расстояние между велосипедистами станет наименьшим? Каково будет это наименьшее расстояние? Считайте, что перекресток не T-образный, обе дороги продолжаются за перекрестком.*

1 этап. Составление модели.

В данной задаче удобно сначала составить геометрическую модель.



Теперь заполним традиционную таблицу.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Велосипедист | Скорость | Время | Расстояние, пройденное за t ч | Расстояние до перекрёстка |
| I | 40 км/ч | t ч | 40t км | 5 – 40t км |
| II | 30 км/ч | t ч | 30t км | 3 – 30t км |

По теореме Пифагора выразим расстояние между велосипедистами через t ч.

. Таким образом, получили функцию, для которой нужно найти значение аргумента, при котором функция принимает наименьшее значение.

2 этап. Работа с моделью.

. Данная функция принимает наименьшее значение при наименьшем значении подкоренного выражения, что в свою очередь достигается в вершине параболы t =0,116 ч.

Невнимательный ученик может дать неверный ответ. Мы сталкиваемся с уже встреченной нами сложностью: в задаче два вопроса – это во-первых, а во-вторых, время просят выразить в минутах.

0,116 ч = 6,96 минут. S(6,96) = 0,6 км.

Ответ: 6,96 минут; 0,6 км.

В результате работы с моделью задача свелась к № 12 ЕГЭ. Как следствие, этот тип задач наиболее доступен ученикам, которые нацелены в основном на решение первой части профильного варианта.

**6. Мальчики/девочки**

**Задача 1.** *В 1-е классы поступает 45 человек: 20 мальчиков и 25 девочек. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 22 человека, а в другом ― 23. После распределения посчитали процент девочек в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам, чтобы полученная сумма была наибольшей?*

1 этап. Составление модели.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Классы | Детей в классе | Девочек | Мальчиков | % девочек в классе |
| 1а | 22 | х | 22 – х | (х/22) **.** 100 |
| 1б | 23 | 25 – х | х – 2 | ((25 – х)/23) **.** 100 |

Составим функцию суммы процента девочек по классам:



Таким образом, получили функцию, для которой нужно найти значение аргумента, при котором функция принимает наибольшее значение. Полученная функция является линейной, возрастающей, следовательно, наибольшее значение принимает при наибольшем возможном значении х.

Таким образом, х – количество девочек в 1а, то х = 22. Значит, в 1б классе 3 девочки.

Ответ: В одном классе ― 22 девочки, в другом ― 3 девочки и 20 мальчиков.

**7. Жизнь на ферме.**

Мы заметили, что все задачи, рассмотренные до этого, сводились к исследованию функции. Особняком стоят задачи следующего раздела. Их решение не предусматривает составление функции, а сводится к анализу условия и вычислениям.

**Задача 1.** *У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 200 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором — 300 ц/га.*

*Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 13 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?*

Решение.

Доход за 1 га картофеля на первом поле: 300 **.** 10000 = 3 . 106 руб.

Доход за 1 га картофеля на втором поле: 200 **.** 10000 = 2 . 106  руб.

Доход за 1 га свеклы на первом поле: 200 **.** 13000 = 2,6 . 106  руб.

Доход за 1 га свеклы на втором поле: 300 **.** 13000 = 3,9 . 106 руб.

Таким образом, первое поле выгодно полностью засадить картофелем, а второе — свеклой. Суммарно получаем: 10 **.** (3 . 106 + 3,9 . 106) = 6,9 . 107 = 69000000 руб.

Ответ: 69 млн. рублей.

***Задача 2.*** *В небольшом хозяйстве есть возможность завести кур яйценосной породы, уток и индеек. При этом кур можно завести не более 100 штук, уток – не более 90, а индеек не более 80. Курица в день ест 80 г корма, утка – 200 г, индейка – 150. Утки, курицы и индейки несут в день по одному яйцу. При этом стоимость одного куриного яйца 6 руб., яйца индейки – 9 руб., утиного яйца – 14 руб. Всего имеется 32 кг корма ежедневно. Какой максимальный ежедневный доход можно получить?*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Птица | Максимально штук | Потребляет корма в день | Цена 1 яйца | \* доход с одного яйца | Расход корма в день на поголовье | Ежедневный доход |
| Курица | 100 | 80 г | 6 руб. | 0,075 | 100 **.**80 =8 кг | 100 **.**6= 600 руб. |
| Утка | 90 | 200 г | 14 руб. | 0,07 | 90 **.** 200 = 18 кг | 90 **.** 14 = 1260 руб |
| Индейка | 80 | 150 г | 9 руб. | 0,06 | 6 кг | 40 **.** 9 = 360 руб. |

\* Рассчитаем доход с одного яйца, выраженный в рублях по формуле: цена/количество корма.

1) 6 : 80 = 0,075 – получено рублей с 1 г затраченного корма

2) 14 : 200 = 0,07

3) 9 : 150 = 0,06.

Вывод: куры наиболее выгодны для разведения. Количество кур 100.

Утки выгоднее индюков. Будем разводить 90 уток.

4) 32 – (18 + 8) = 6 кг корма осталось для индеек.

5) 6000 : 150 = 40 (шт) индеек можно разводить.

6) 600 + 1260 + 360 = 2220 (руб.)

Ответ: 2220 руб.

Эти задачи выступают как контрпример всем предыдущим. Рассматривая их на заключительном занятии, мы говорим ученикам: «Бойтесь стереотипов, будьте внимательны! Всегда начинайте с анализа условия задачи».

**Общие выводы.**

Рассмотрение представленного набора задач, максимальная унификация способов решения позволяют ученикам достаточно успешно решать задачу № 17.

Так или иначе, подавляющее большинство задач сводится к исследованию функции на наибольшее/наименьшее значение (не обязательно с использованием производной).

Если на первых занятиях некоторые ученики формально подходили к моделированию, не вникая в суть, то затем пришло осознание сути происходящего, и каждая новая задача давалась легче.

Использованные источники информации:

<https://math100.ru/ege/ege-profil/>

<http://www.old.fipi.ru/ege-i-gve-11/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy> <http://www.mathm.ru/zad/ege/zad17eget.html>

<https://ege.sdamgia.ru/problem?id=516053>

<https://egemaximum.ru/trenirovochnyj-variant-124-a-larina/> <https://ege.sdamgia.ru/problem?id=515785>

<https://ege.sdamgia.ru/problem?id=508236>