

*Синицына Татьяна Юрьевна
Государственное бюджетное
образовательное учреждение
среднего профессионального
образования Тольяттинский
индустриально-педагогический
колледж*

Тема "Решение тригонометрических уравнений"

Цель урока:

1. Закрепить навыки решения простейших тригонометрических уравнений.
2. Сформировать понятие решения тригонометрических уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям, методом введения новой переменной.
3. Развивать умения сравнивать, выявлять закономерности, обобщать.
4. Воспитывать ответственное отношение к труду.

Тип урока. Комбинированный

Методы. Повторение, сообщение, конспектирование.

Оборудование:

1. ИКТ для повторения формул основных тригонометрических тождеств и решения простейших тригонометрических уравнений.
2. Дидактические тетради.
3. Учебник Колмагорова “Алгебра и начала анализа, 10-11 класс”.

Эпиграф к уроку:

Знание — сокровищница, но ключ к ней — практика!

Фуллер Томас

Ход урока:

I. Оргмомент

II. Опрос по домашней работе.

Устно: Найдите значение:

А) $\arcsin 1/2$

Б) $\arccos \sqrt{3}/2$

В) $\arcsin (-\sqrt{2}/2)$

Г) $\arccos 1/2$

Д) $\operatorname{arctg} 1$

Вспомним основные тригонометрические тождества: Заполните пустые клеточки, восстановив формулу на доске:

1) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

2) $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

3) $\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{tg} x = 1$

4) $\operatorname{ctg} x = 1 / \operatorname{tg} x$

5) $\operatorname{tg} x = \sin x / \cos x$

6) $\operatorname{ctg} x = \cos x / \sin x$

7) $\arcsin (-x) = -\arcsin x$

8) $\arccos (-x) = \pi - \arccos x$

Молодцы ребята!

Прежде чем перейти к новой теме нам нужно вспомнить, какие виды уравнений мы уже умеем решать:

$7x + 1 = 0$

$5^x = 1$

$x^2 = 0$

$3x^2 - x = 0$

$4x^2 + 1 = 0$

$2x^2 - 6x + 1 = 0$

$x^4 + 2x^2 = 1$

Вспомним, как решаются полные квадратные уравнения:

$ax^2 + bx + c = 0$, где a , b и c - числа		
$D = b^2 - 4ac$		
$D < 0$	$D = 0$	$D > 0$
Нет решений	$x = -b / 2a$	$x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{D}) / 2a$

Назовите вид уравнения $\sin x = 0$, $\cos x = 1/2$, $\operatorname{tg} x = 1$

Вспомним формулы для решения простейших тригонометрических уравнений.

Отметим особые корни

А теперь назовем вид уравнений

$$2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$6 \cos^2 x + 5 \sin x = 2$$

III. Новая тема:

Запишем число, тему урока «Решение тригонометрических уравнений»

Сегодня мы научимся решать уравнения, относительно тригонометрической функции, сводящиеся к квадратным уравнениям, методом введения новой переменной.

Итак, рассмотрим уравнение

$$a) 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

сведем это уравнение к квадратному уравнению, введя новую переменную

пусть $\cos x = t$, тогда получим

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$D = 9,$$

$$t_1 = 1/2, t_2 = -1$$

перейдем к первоначальной переменной

$$\cos x = 1/2, \quad \cos x = -1$$

$$x = \pm \pi/3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Рассмотрим случай, когда в тригонометрическом уравнении присутствуют две тригонометрические функции $\cos x$ и $\sin x$, и одна из функций имеет степень=2.

$$б) 6\cos^2 x + 5\sin x = 2$$

Перенесем 2 в левую часть, поменяв знак.

Ту функцию, которая задана в квадрате, заменим по основному тригонометрическому тождеству $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, получим

$$6(1 - \sin^2 x) + 5\sin x - 2 = 0 \text{ раскроем скобки}$$

$$6 - 6\sin^2 x + 5\sin x - 2 = 0 \text{ приведем подобные}$$

$$-6\sin^2 x + 5\sin x + 4 = 0$$

введем новую переменную, пусть $\sin x = t$, тогда

$$-6t^2 + 5t + 4 = 0 \quad /: (-1)$$

$$6t^2 - 5t - 4 = 0$$

$$D = 121$$

$$t_1 = 1 \frac{1}{3}, \quad t_2 = -\frac{1}{2}$$

вернемся к первоначальной переменной

$$\sin x = 1 \frac{1}{3}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

нет решений, $x = (-1)^k \arcsin(-\frac{1}{2}) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

т.к. $-1 < \sin x < 1$ $x = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{1}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

$$x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Есть вопросы?

Давайте вместе сформулируем алгоритм решения тригонометрических уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям, методом ввода новой переменной:

1. Привести уравнение к квадратному уравнению, относительно тригонометрических функций, применяя тригонометрические тождества.
2. Ввести новую переменную.
3. Записать данное уравнение, используя эту переменную.
4. Найти корни полученного квадратного уравнения.
5. Перейти от новой переменной к первоначальной.
6. Решить простейшие тригонометрические уравнения.
7. Записать ответ.

К доске идут 1 студент решать №164 (а), 2 студент решает №164 (б)

Остальные работают в тетрадях.

За ответ у доски получают оценки:

1 студент-

2 студент-

А в оставшееся время выполним самостоятельную работу, решение одного уравнения принесет вам 3 балла, двух -4 балла, трех -5 баллов

IV. Самостоятельная работа:

I вариант	II вариант
Решите уравнение: на оценку «3»	
$\cos^2 x - 1 = 0$	$\sin^2 x - 1 = 0$
Решите уравнение: на оценку «4»	
$\sin^2 x - 4 \sin x - 5 = 0$	$\cos^2 x - 5 \cos x - 6 = 0$
Решите уравнение: на оценку «5»	
$\sin^2 x + 2 \cos x = -2$	$\cos^2 x + 3 \sin x = 3$

Поставьте себе оценку за самостоятельную работу, проверив ответ:

I вариант	II вариант
Ответ к уравнению: на оценку «3»	
$x_1 = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x_2 = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x_1 = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x_2 = -\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
Ответ к уравнению: на оценку «4»	
$x = -\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
Ответ к уравнению: на оценку «5»	
$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

V. Домашняя работа.

Закончить №164, 165

VI. Рефлексия:

Что хорошо получилось, что не получилось?

Как вы оцениваете свою работу на уроке (поняли все, поняли частично, ничего не поняли)?

Выставить оценки за урок!

VII. Релаксация.

После выполнения самостоятельной работы можно расслабить глаза, посмотрев картинки 3-D.

Спасибо за внимание!

Слайд 1

Синицына

Татьяна

Юрьевна

Слайд 2

Цели урока:

- Закрепить навыки решения простейших тригонометрических уравнений.
- Сформировать понятие решения тригонометрических уравнений сводящихся к квадратным, методом введения новой переменной.
- Развивать умение анализировать, выявлять закономерности, обобщать.
- Воспитывать ответственное отношение к труду.

Слайд 3

Эпиграф к уроку

**Знание —
сокровищница, но
ключ к ней —
практика!**


Фуллер Томас

Слайд 4

Устно

Найдите значение:

- A) $\arcsin 1/2$
- B) $\arccos \sqrt{3}/2$
- B) $\arcsin (-\sqrt{2}/2)$
- Г) $\arccos 1/2$
- Д) $\arctg 1$



Слайд 5

$$1) \sin^2 x + \cos^2 x =$$

$$x=1$$

$$2) \sin^2 x = 1 -$$

Слайд 6

$\cos^2 x$
Назовите вид

$$3) \operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{tg} x =$$

Слайд 7

$$1$$

$$x^2 = 0$$

$$4) \operatorname{ctg} x = 1 / \operatorname{tg} x$$

$$x \quad 3x^2 - x = 0$$

Слайд 8

Решение
 $\operatorname{tg} x = \sin x / \cos x$
 $4x^2 + 1 = 0$
квадратного
уравнения

Слайд 9

$$6) \operatorname{tg} x \cdot \cos x = 0$$

$$/ \sin x$$

$$7) \operatorname{arcsin} (-x) =$$

Слайд 10

$$- \operatorname{arcsin} x$$

$$\cos x = 1/2$$

$$8) \operatorname{arccos} (-x) =$$

$$\pi - \operatorname{arccos} x$$

Уравнения,

Слайд 11

относительн

$$2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

тригономет

$$\sin^2 x - \cos x + 2 = 0$$

Слайд 12

функции,

сводящиеся

к

Слайд 13

квадратным

уравнениям,

методом

Слайд 14

введения

новой

переменной

Привести
уравнение к
квадратному,
относительно
одной

тригонометрическ
ой функцией.
применяя
тригонометрическ

Слайд 16
ие тождества.

Ввести новую
переменную.

Записать данное
уравнение.

используя эту
переменную.

Найти корни
полученного
квадратного
уравнения.

Перейти от новой
переменной к
первоначальной.

Решить
простейшие
тригонометрическ
ие уравнения.