

Решение текстовых задач при помощи составления таблиц.

Цепилова Елена Борисовна

учитель математики

ГБОУ школа № 332 Невского района Санкт-Петербурга

Известно, что решение текстовых задач для большинства учащихся вызывает огромные трудности. Я предлагаю использовать при решении этих задач таблицы. Таблицы дают определенный алгоритм действий, и поэтому облегчает рассуждения ребят при составлении уравнений. Если вы пользуетесь этим приемом, то можете не читать эту статью. Но для начинающих учителей мой опыт будет полезен.

Практически одинаковые таблицы составляются для решения задач на движение, на конкретную и абстрактную работу, на сплавы и растворы.

Разберем некоторые из них (тексты задач взяты из материалов для подготовки к ЕГЭ).

Замечу, что графы таблицы должны быть составлены для единообразия действий в определенной последовательности. Для задач на движение - это скорость, время, пройденный путь; для задач на работу – это производительность труда (работа, выполненная за единицу времени, т.е. скорость), время и работа; для задач на сплавы и растворы - это масса сплава или раствора, концентрация и масса вещества в сплаве или в растворе.

Задача №1

Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт *B* одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Заполним таблицу, приняв за *X* скорость первого автомобиля.

		<i>V (км\ч)</i>	<i>t (ч)</i>	<i>S (км)</i>
1 автомобиль		<i>x</i>	$\frac{S}{x}$	<i>S</i>
2 автомобиль	1 половина	<i>x – 13</i>	$\frac{S}{2 \cdot (x - 13)}$	$\frac{S}{2}$
	2 половина	78	$\frac{S}{2 \cdot 78}$	$\frac{S}{2}$

Пусть *x* км\ч – скорость первого автомобиля. Путь обозначим буквой *S*.

Две графы заполняем, а графу времени – считаем.

Так как время, затраченное на весь путь, одинаковое, составим уравнение:

$$\frac{S}{2 \cdot (x - 13)} + \frac{S}{2 \cdot 78} = \frac{S}{x}$$

Обратим внимание: $x > 13$ и по условию $x > 48$ (*)

$$\frac{1}{2 \cdot (x-13)} + \frac{1}{2 \cdot 78} = \frac{1}{x}$$

Умножим обе стороны уравнения на $2 \cdot 78 \cdot x \cdot (x-13)$
Получаем

$$78x + x \cdot (x-13) = 2 \cdot 78 \cdot (x-13)$$

$$x^2 - 91x + 2028 = 0$$

Находим корни уравнения $x_1 = 52$ (км\ч) $x_2 = 39$ (км\ч) – не подходит по усл. (*)
Ответ: 52 км\ч

Задача №2

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Принимаем за X скорость второго автомобиля и составляем точно такую же таблицу, как в первой задаче, учитывая, что

$$40 \text{ минут} = \frac{40}{60} \text{ часа} = \frac{2}{3} \text{ часа}$$

	V (км\ч)	t (ч)	S (км)
1 автомобиль	80	$\frac{2}{3}$	$\frac{160}{3}$
2 автомобиль	x	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}x$



Длина круговой трассы и есть разница в пройденном расстоянии первого и второго автомобиля.

Так как первый автомобиль опережал через $\frac{2}{3}$ часа второй автомобиль на 1 круг, то разница в расстоянии равна 14 км, поэтому – составим уравнение:

$$\frac{160}{3} - \frac{2}{3}x = 14$$

Умножим обе части уравнения на 3
Получим:

$$160 - 2x = 42$$

$$2x = 118$$

$$x = 59 \text{ (км\ч)} - \text{ скорость второго автомобиля}$$

Ответ: 59 км\ч

Задача №3 (на конкретную работу)

На изготовление 99 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 110 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Решение:

Таблицу составляем такую же.

Только столбик со скоростью переименовываем на производительность труда, а пройденный путь на выполненную работу, так как аналогом скорости является производительность труда (работа, выполненная за определенное время), а аналогом пройденного пути - выполненная работа. Поэтому, чтобы найти работу, нужно производительность труда умножить на время.

	<i>N (дет\ч)</i> производительность труда	<i>t (ч)</i> время	<i>A (дет)</i> работа
1 рабочий	$x + 1$	$\frac{99}{x+1}$	99
2 рабочий	x	$\frac{110}{x}$	110



За X принимаем производительность труда второго рабочего. Так как первый рабочий тратит на 2 часа времени меньше, чем второй, составим уравнение:

$$\frac{110}{x} - \frac{99}{x+1} = 2$$

Учитываем, что $x > 0$.

Умножим обе части уравнения на $x(x+1)$.

Получим:

$$\begin{aligned} 110(x+1) - 99x &= 2x(x+1) \\ 110x + 110 - 99x &= 2x^2 + 2x \\ 2x^2 - 9x - 110 &= 0 \end{aligned}$$

Находим корни уравнения:

$$x_1 = \frac{9+31}{4} = 10 \text{ (дет) за час делает 2 рабочий}$$

$$x_2 = \frac{9-31}{4} < 0$$

Ответ: 10 деталей.

Следующая задача на сплавы. На первый взгляд кажется, что это совсем другая задача, но на самом деле она решается таким же способом – заполнением аналогичной таблицы.

Задача № 4.

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Решение:

Заполняем следующие графы в таблице: По горизонтали 1 сплав, 2 сплав и 1+2 сплав; по вертикали: масса сплава, процентная концентрация, выраженная дробью и масса вещества в сплаве.

	<i>Масса сплава (кг)</i>	<i>Концентрация</i>	<i>Масса меди (кг)</i>
1 сплав			
2 сплав			
1 + 2 сплав			

За X кг принимаем массу 1 сплава. Заполняем таблицу (слева направо –это всегда умножение). Чтобы найти массу меди в сплаве, нужно массу сплава умножить на процентную концентрацию, выраженную дробью.

	<i>Масса сплава (кг)</i>	<i>Концентрация</i>	<i>Масса меди (кг)</i>
1 сплав	x	$10\% = 0,1$	$0,1x$
2 сплав	$x + 3$	$40\% = 0,4$	$0,4(x + 3)$
1 + 2 сплав	$2x + 3$	$30\% = 0,3$	$0,3(2x + 3)$

Так как масса меди в 1 и во 2 сплаве вместе равна массе меди в 3 сплаве, составим уравнение:

$$\begin{aligned}
 1) \quad & 0,1x + 0,4(x + 3) = 0,3(2x + 3) \\
 & 0,1x + 0,4x + 1,2 = 0,6x + 0,9 \\
 & 0,5x - 0,6x = 0,9 - 1,2 \\
 & 0,1x = 0,3 \\
 & x = 3 \text{ (кг)} - \text{масса первого сплава}
 \end{aligned}$$

$$2) \quad 3 \cdot 2 + 3 = 9 \text{ (кг)}$$

Ответ: 9 кг

Следующая задача - на растворы.

Задача № 5.

Смешав 11-процентный и 72-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 31-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 51-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 11-процентного раствора использовали для получения смеси?

Решение:

В этой задаче будем составлять две таблицы и вводить две переменные величины. Примем за X - массу 11% раствора , а за У – массу 72% раствора и составим две аналогичные таблицы.

Таблица № 1

	<i>Масса раствора</i>	<i>Концентрация</i>	<i>Масса вещества</i>
1 раствор	x	$0,11$	$0,11x$

2 раствор	y	$0,72$	$0,72y$
1 + 2 раствор	$x + y + 10$	$0,31$	$0,31(x + y + 10)$



Составим первое уравнение: $0,11x + 0,72y = 0,31(x + y + 10)$

После простых преобразований получаем уравнение вида: $-20x + 41y = 310$

Таблица № 2

	<i>Масса раствора</i>	<i>Концентрация</i>	<i>Масса вещества</i>
1 раствор	x	$0,11$	$0,11x$
2 раствор	y	$0,72$	$0,72y + 5$
1 + 2 раствор	$x + y + 10$	$0,51$	$0,51(x + y + 10)$



Так как во второй раз добавили не чистой воды, а 10 литров 50%-го раствора, то в уравнение нужно добавить еще 5л вещества ($10 \cdot 0,5 = 5$ (л)).

Составим второе уравнение: $0,11x + 0,72y + 5 = 0,51(x + y + 10)$

После простых преобразований получаем уравнение вида: $-40x + 21y = 10$

Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} -40x + 21y = 10 \\ -20x + 41y = 310 \end{cases}$$

Складываем строки, получаем

$$\begin{aligned} -61y &= -610 \\ y &= 10 \end{aligned}$$

Подставляем y в уравнение, получаем

$$\begin{aligned} -40x + 210 &= 10 \\ -40x &= -200 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Ответ: масса раствора равна 5 кг.

Таким образом, составление таблиц дает алгоритм для решения задач, объединенных разными темами.